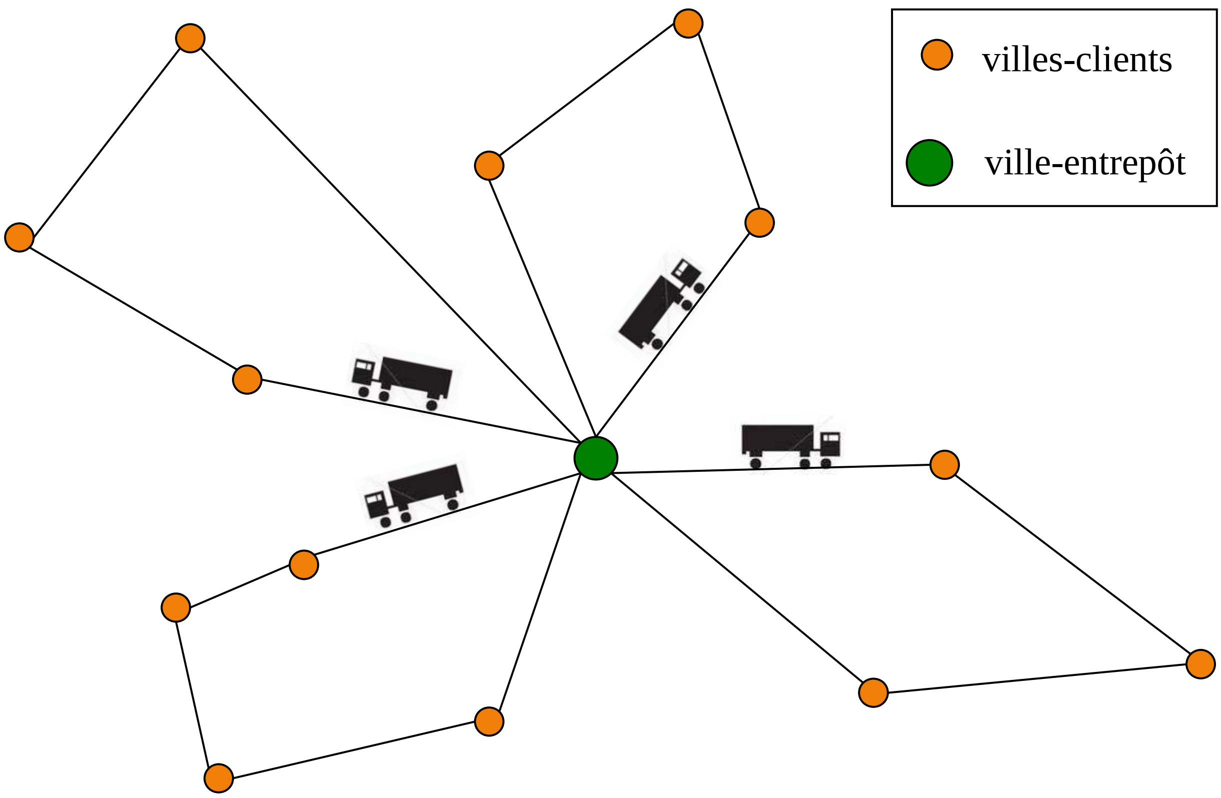
AG41 : Challenge 2009

Problème de planification de tournées de véhicules

<u>Description du problème</u> (de Christelle Guéret):

Le problème de tournées de véhicules est d'application très générale et se situe au cœur de la problématique très actuelle de la réduction des coûts de la logistique et du transport. La version classique de ce problème est la suivante : à partir d'un centre de distribution (entrepôt), un transporteur doit livrer un ensemble de clients ayant chacun une demande connue. Pour réaliser ces livraisons, le transporteur dispose de plusieurs camions. Plusieurs contraintes peuvent lui être imposées : capacité limitée des camions, fenêtres horaires de livraison, respect des conditions de travail des conducteurs, etc. Ce problème se pose en logistique industrielle (approvisionnement en matières premières, transport inter-usine, distribution de produits finis). De nombreuses applications existent également dans le domaine des services (ramassage scolaire, collecte des ordures ménagères, transport de personnes handicapées,…).



Formulation :

Les **données d'entrés du problème** sont les suivantes :
Les villes :
Soient :

- V l'ensemble des villes où sont situées les clients plus la ville de l'entrepôt.
  $V = \{v0, v1, v2,\ldots, vn\}$ et n le nombre de clients, $|V| = n+1$.
  v_0 représente la ville-entrepôt et $v_1, v_2,\ldots, v_n$ les villes-clients.
  Les villes sont repérées par leurs coordonnées (x, y).
- (x_i, y_i) les coordonnées de la ville v_i.
- c_{ij} la durée du trajet entre la ville v_i et la ville v_j.
  Elle correspond à la distance euclidienne :
  $$c_{ij} := durée(v_i, v_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \qquad (1)$$
  Cette durée correspondant à un coût temporel. Elle est exprimée en unité de temps ; en minutes dans nos cas.
  $\left(c_{ij}\right)_{i,j\in V}$ est donc une matrice symétrique ($c_{ij} = c_{ji}$) avec la diagonale nulle : $\forall i \in V,\ c_{ii} = 0$.
- d_i la demande du client v_i.
  $d_0 = 0$ car l'entrepôt n'a pas de demande.
  Pour le challenge la demande représente un nombre de machines à livrer.
- l la durée de livraison d'un client.
  Tous les clients ont la même durée de livraison.
- o_i l'ouverture de la période de livraison du client v_i.
  $o_0 = 0$ car l'entrepôt est toujours ouvert. o_0 est l'origine du temps.
- f_i la fermeture de la période de livraison du client v_i.
  $[o_i ; f_i]$ est la période de livraison du client v_i.

Les véhicules :
Soient :

- m le nombre de véhicules maximum à disposition.
- C la capacité maximal des véhicules.
  Tous les véhicules ont la même capacité.

Les **variables de décision** du problème sont :

- q le nombre de camions utilisés : $q \le m$.
- R_k la route du camion k ($\forall k = 0,1,2,\ldots,q-1$).
  Chaque route peut être notée : $R_k = (v_0, v_{k_1}, v_{k_2},\ldots, v_{k_s}, v_0)$.
  Une route (ou tournée) doit commencer de l'entrepôt (v_0) et doit finir par l'entrepôt (v_0).
  La tournée $R_k = (v_0, v_{k_1}, v_{k_2},\ldots, v_{k_s}, v_0)$ livre s clients : $v_{k_1}, v_{k_2},\ldots, v_{k_s}$ dans cet ordre. C'est une liste de $s + 2$ villes.
  On note $(v_i, v_j) \in R_k$ si et seulement si les villes v_i et v_j appartiennent à la tournée du camion k et si le camion k visite la ville v_j juste après la ville v_i.
  Par exemple si $R_k = (v_0, v_{k_1}, v_{k_2},\ldots, v_{k_s}, v_0)$ alors : $(v_0, v_{k_1}) \in R_k$ ou $(v_{k_1}, v_{k_2}) \in R_k$ ou $(v_{k_s}, v_0) \in R_k$ mais $(v_0, v_{k_2}) \notin R_k$ ou $(v_{k_2}, v_{k_1}) \notin R_k$.

Les **variables de calcul** dépendent directement des données d'entrée et des variables de décision. On note :

- p_i le moment du début du déchargement chez le client v_i.
  Le début de chaque déchargement se calcule directement à partir des données d'entrée du problème et de la connaissance des routes R_k. L'exemple présenté plus bas démontre comment est établie la formule suivante :

  $$\boxed{\forall k = 0,...,q-1,\ \forall (v_i, v_j) \in R_k, \quad p_j = \max(o_j; p_i + l + c_{ij})} \qquad (2)$$

  avec $p_0 = -l$. En effet p_0 n'a pas de sens en soit puisqu'il n'y a pas de livraison à l'entrepôt, cependant puisque l'équation (2) est une formule de récurrence, il est nécessaire de fixer la première valeur (p_0).
- r_i le retard de livraison du client v_i.
  Le retard est nul si le début du déchargement commence avant la fermeture de la période de livraison du client ; c'est-à-dire si $p_i \le f_i$. Sinon il est égal à $f_i - p_i$.
  On a :

  $$\boxed{\forall v_i \in V,\ r_i = \max(0; p_i - f_i)} \qquad (3)$$

  On remarque que : $r_0 = 0$

<u>Exemple :</u>

Soit $R_1 = (v_0, v_3, v_6, v_4, v_0)$ la tournée du véhicule 1. Cela signifie que le premier véhicule quitte l'entrepôt (v_0) et va successivement livrer les clients v_3, v_6 et v_4 avant de retourner à l'entrepôt (v_0).
Le coût de cette tournée est : $c_{03} + c_{36} + c_{64} + c_{40}$.
La charge total que doit transporter le camion est : $d_3 + d_6 + d_4$
Cette charge doit être inférieure à la capacité du camion : $d_3 + d_6 + d_4 \le C$
Le camion va partir de l'entrepôt à $t = max(0\ ;\ o_3 - c_{03})$, c'est-à-dire juste à temps pour l'ouverture de la période de livraison du client v_3.
Le début du déchargement chez le client v_3 est soit le début de la période de livraison du client v_3 soit la durée du trajet entrepôt/client v_3 : $p_3 = max(o_3\ ;\ c_{03})$.
La durée de la livraison est l donc le camion repart du client v_3 à $t = p_3 + l$. Il arrive donc chez le client v_6 à $t = p_3 + l + c_{36}$.

- Soit le camion arrive pendent de la période de livraison du client v_6 (c'est-à-dire : $o_6 \le p_3 + l + c_{36} \le f_6$) et il commence directement la livraison donc : $p_6 = p_3 + l + c_{36}$.
- Soit le camion arrive avant l'ouverture de la période de livraison du client v_6 (c-à-d : $p_3 + l + c_{36} \le o_6$) et le camion doit attendre son ouverture, il commencera donc la livraison à l'heure d'ouverture : $p_6 = o_6$.
- Soit le camion arrive après la fermeture de la période de livraison du client v_6 (c-à-d : $f_6 \le p_3 + l + c_{36}$) et la tournée du camion sera pénalisée proportionnellement à ce retard. Le camion commence immédiatement la livraison, donc : $p_6 = p_3 + l + c_{36}$. La durée du retard est égale à : $p_6 - f_6$.

Dans le cas général, on a : $p_6 = max(o_6\ ;\ p_3 + l + c_{36})$
et le retard est égale à : $r_6 = max(0\ ;\ p_6 - f_6)$.
On obtient de même : $p_4 = max(o_4\ ;\ p_6 + l + c_{64})$ et $r_4 = max(0\ ;\ p_4 - f_4)$.
Enfin le camion retourne à l'entrepôt à : $t = p_4 + l + c_{40}$.

De façon générale, on a la formule :

$$\forall k = 0,...,q-1,\ \forall (v_i, v_j) \in R_k, \quad p_j = \max(o_j\,; p_i + l + c_{ij})$$

avec $p_0 = -l$. En effet bien que p_0 n'ait pas de sens en soit puisqu'il n'y a pas de livraison à l'entrepôt, il est nécessaire de déterminer le premier terme de la suite (p_i) puisque cette équation est une relation de récurrence.

Contraintes du problème :

Plusieurs contraintes sont imposées au problème.

1ière contrainte : tous les clients doivent être livrés :

$$\bigcup_{k=0}^{k=q-1} R_k = V \tag{4}$$

2ème contrainte : on ne peut pas utiliser plus de camions qu'il y en a à notre disposition :

$$q \le m \tag{5}$$

3ème contrainte : respecter la capacité des camions :

$$\forall k = 0,...,q-1,\ \sum_{v_i \in R_k} d_i \le C \tag{6}$$

Objectif du problème :

L'objectif est de minimiser le coût de l'ensemble des trajets des camions. On a déterminé le coût d'une tournée R_k comme étant la somme des durées des trajets entre chaque ville de la tournée, d'où : $\sum_{(v_i,v_j)\in R_k} c_{ij}$. Il faut faire la somme de toutes les tournées, $k = 0$ à $q - 1$, d'où le coût de l'ensemble des trajets des tournées : $\sum_{k=0}^{k=q-1}\left(\sum_{(v_i,v_j)\in R_k} c_{ij}\right)$.

On ajoute à ce coût une pénalité lié à la somme des retards de livraison des clients : $\sum_{v_i \in V} r_i$.

La fonction objectif à minimiser notée f est :

$$\sum_{k=0}^{k=q-1}\left(\sum_{(v_i,v_j)\in R_k} c_{ij}\right) + pénalité \times \sum_{v_i \in V} r_i \tag{6}$$

La valeur du paramètre « *pénalité* » sera donné en ligne de commende du programme. Ce sera toujours un entier positif ou nul. Pour le challenge on prendra : *pénalité = 2*.

Synthèse du problème :

L'objectif du problème est de trouver une solution (c'est-à-dire déterminer q et R_k pour $k = 0$ à $q\text{-}1$) qui minimise la fonction objectif :

$$\boxed{\sum_{k=0}^{k=q-1}\left(\sum_{(v_i,v_j)\in R_k} c_{ij}\right) + pénalité \times \sum_{v_i\in V} r_i}$$

Tout en respectant les contraintes suivantes :

1ière contrainte : $\boxed{\bigcup_{k=0}^{k=q-1} R_k = V}$

2ème contrainte : $\boxed{q \leq m}$

3ème contrainte : $\boxed{\forall k = 0,\ldots,q-1,\ \sum_{v_i\in R_k} d_i \leq C}$

Description du fichier d'entrée :

Les données d'entrée du problème sont fournies grâce à un fichier de type texte suivant le format du fichier « R112.txt » en annexe de ce document. On reproduit ci-dessous le début du fichier.

```
R112

VEHICLE
NUMBER     CAPACITY
  25         200

CUSTOMER
CUST NO.   XCOORD.    YCOORD.    DEMAND     READY TIME   DUE DATE   SERVICE TIME

    0      35         35            0          0         230           0
    1      41         49           10         73         204          10
    2      35         17            7         18         147          10
    3      55         45           13         76         165          10
    4      55         20           19         73         195          10
…
```

Toutes les données sont des entiers. La signification des données est présentée dans le tableau suivant.

paramètres	Description		Type	valeur
VEHICLE NUMBER	nombre de véhicules	n	Entier	25
CAPACITY	Capacité des véhicules	C	Entier	200
CUSTOMER CUST NO.	Identifiant des clients	v_i	Entier	
XCOORD.	Coordonnée x	x_i	Entier	
YCOORD.	Coordonnée y	y_i	Entier	
DEMAND	Demande des clients	d_i	Entier	
READY TIME	Ouverture de la période de livraison des clients	o_i	Entier	
DUE DATE	Fermeture de la période de livraison des clients	f_i	Entier	
SERVICE TIME	Durée de la livraison	l	Entier	10

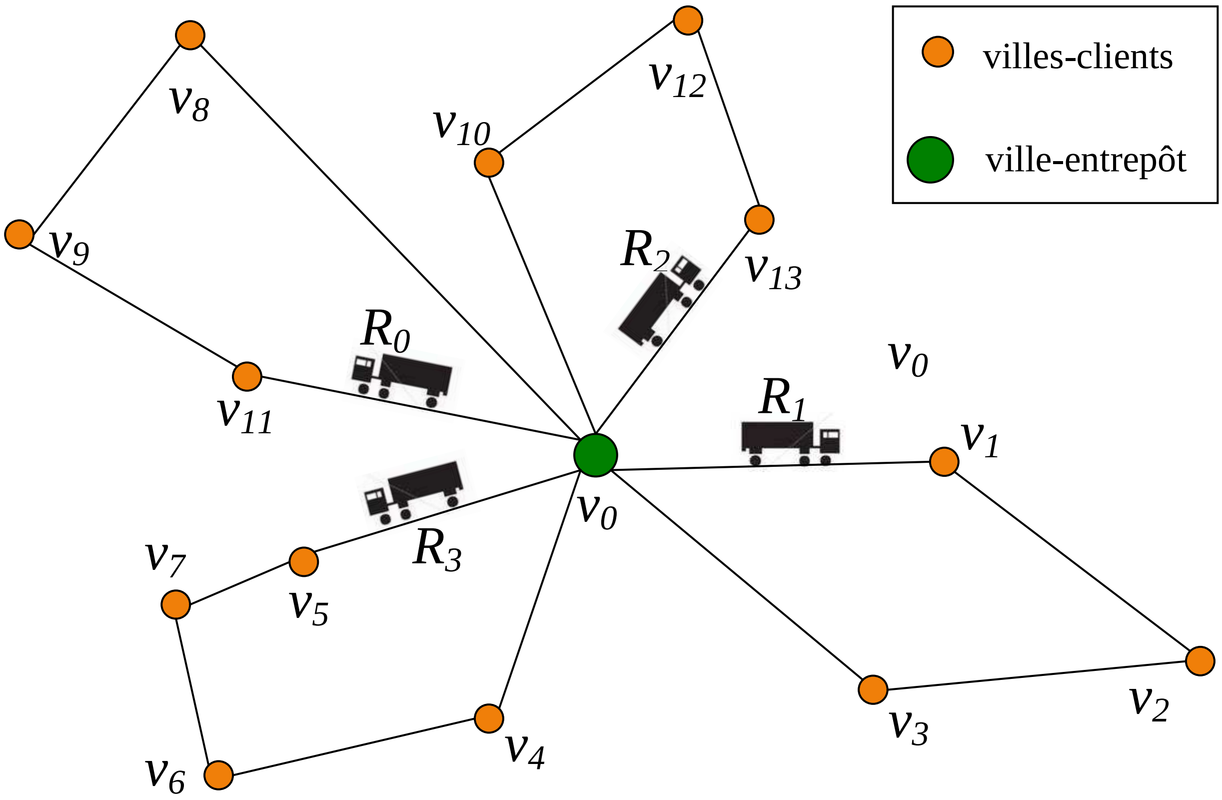
La ligne suivante :

```
3	55	45	13	76	165	10
```

signifie que le client v_3 est situé au coordonnés (55 ; 45) ; il demande une livraison de 13 machines, sachant que chaque camion peut en transporter 200. Ce client attend la livraison entre les minutes 76 (1h16) et 165 (2h45). Ces temps sont relatifs à l'origine du temps ($t = 0$) qui est l'ouverture de l'entrepôt. La durée de déchargement des machines est de 10 minutes.
Le trajet de l'entrepôt (35 ; 35) à client v_3 (55 ; 45) dure :
$c_{03} = \sqrt{(35-55)^2 + (35-45)^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5} = 22,36067....$ minutes. Je vous demande de ne pas faire d'arrondi et de stocker cette variable dans un double. Seule la fonction objectif finale est arrondi à une décimale.

Description du fichier de sortie :

Les données de sortie du problème doivent décrire la meilleure solution rencontrée durant l'exécution de l'algorithme. Cette solution est stockée dans un fichier de type texte suivant le format du fichier « solution.txt » en annexe de ce document.



Le fichier « solution.txt » correspondant à la solution du schéma ci-dessus est le suivant :

```
0	0	11	9	8	0
1	0	1	2	3	0
2	0	13	12	10	0
3	0	5	7	6	4	0
```

Chaque ligne du fichier caractérise la tournée d'un camion. La première colonne indique le numéro identifiant le camion. Les colonnes suivantes indiquent dans l'ordre les numéros des villes traversées par le camion. Par conséquent chaque tournée doit commencer et finir par « 0 » représentant l'entrepôt.

Règles du challenge

- L'objectif du mini projet est de mettre les étudiants en compétition afin de les motiver et de les pousser à fournir les meilleurs résultats.
- Les étudiants doivent s'organiser en équipes de 3 personnes afin d'effectuer le travail.
- Les étudiants peuvent utiliser les heures de TP afin d'avancer sur le sujet et de discuter avec le chargé de TP au sujet des obstacles qu'ils rencontrent.
- Avant toute implémentation chaque équipe doit fournir une proposition technique succincte et précise sur les structures de données à utiliser pour résoudre le problème ainsi que les bases de la méthode d'optimisation qu'il compte employer.
- Les étudiants peuvent s'échanger les résultats qu'ils obtiennent sur les scénarios intermédiaires fournis par les enseignants.
- Vous pouvez programmer en C/C++ ou Java.
- Pour l'évaluation du meilleur algorithme, chaque équipe doit fournir un fichier **exécutable sous Windows** (correction par rapport à ce que j'ai dis lors de la présentation en amphi) admettant obligatoirement la syntaxe d'appel suivante en ligne de commande :

  pour le langage C/C++ :
  `challenge2009_<n° du groupe>.exe fichier_entree.txt penalite solution.txt temps`
  ou pour Java :
  `java challenge2009_<n° du groupe> fichier_entree.txt penalite solution.txt temps`

  Le paramètre *temps* indique le temps de recherche en secondes accordé au scénario. Il sera de l'ordre de 120 secondes, soit 2 minutes.
  Le fichier `challenge2009_<n° du groupe>.exe` doit être suffisant pour lancer l'application en ligne de commande Windows (pas d'utilisation de librairies exotiques). Votre application sera exécutée sous Windows sur un Pentium 4 de 3.2GHz. (il n'y a qu'un processeur).
  Le fichier de sortie `solution.txt` doit suivre le format donné plus haut.
  La valeur de `penalite` est un entier positif.
- La littérature sur les problèmes de tournées de véhicules est très vaste ; vous pouvez vous en inspirer pour développer vos propres idées et méthodes mais vous devez citer vos sources.
- L'évaluation se fera sur la base d'un certain nombre de scénarios finaux qui ne seront connus qu'une semaine avant l'évaluation.
- Un prix sera décerné à la meilleure équipe.

Système de notation

- Une note sur 13pts est accordée à la qualité de la présentation avec vidéo-projecteur. Les présentations se dérouleront à partir de début juin.
- Une note sur 7pts est accordée selon la qualité des résultats d'exécution sur les scénarios finaux obtenus par l'exécutable envoyé par mail avant le 19 juin.

N'hésitez pas à nous contacter :
Alexandre Gondran
alexandre.gondran@utbm.fr
Laboratoire SeT, bâtiment D206
03 84 58 38 14
Moodle de l'UTBM : https://moodle.utbm.fr/ ➔ AG41
http://alexandre.gondran.free.fr ➔ Teaching ➔ challenge 2009
ou Mohammad Dib ou Jun Hu.